

Formules concernant les suites arithmétiques et les suites géométriques

I Suites arithmétiques

1°) Définition :

On appelle suite arithmétique une suite de nombres où on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre (ce nombre est appelé raison de la suite arithmétique et est souvent noté r).

2°) Exemple :

Suite arithmétique de premier terme 2 et de raison 3 :

2 5 8 11 14 17 etc.

3°) Notations possibles :

Si on note u_0 le premier terme, on a : $u_0 = 2$, $u_1 = 5$, $u_2 = 8$, etc. et, dans ce cas, u_n est le $(n + 1)^{\text{ème}}$ terme.

Si on note u_1 le premier terme, on a : $u_1 = 2$, $u_2 = 5$, $u_3 = 8$, etc. et, dans ce cas, u_n est le $n^{\text{ème}}$ terme.

Dans les deux cas, $u_{(n+1)} = u_n + r$

4°) Formule permettant de calculer le $n^{\text{ème}}$ terme d'une suite arithmétique :

$$n^{\text{ème}} \text{ terme} = \text{premier terme} + (n - 1) \times r$$

Remarque :

Si on note u_0 le premier terme, on a : $u_n = (n + 1)^{\text{ème}} \text{ terme} = u_0 + nr$

Si on note u_1 le premier terme, on a : $u_n = n^{\text{ème}} \text{ terme} = u_1 + (n - 1)r$

Exemple : le $12^{\text{ème}}$ terme de la suite arithmétique de premier terme 2 et de raison 3 vaut $2 + 11 \times 3$ soit 35.

Remarque :

Ce $12^{\text{ème}}$ terme est u_{11} si le premier terme est noté u_0 .

Ce $12^{\text{ème}}$ terme est u_{12} si le premier terme est noté u_1 .

5°) Formule permettant de calculer la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique :

$$a) S = \text{nombre de termes} \times \frac{\text{premier terme} + \text{dernier terme}}{2}$$

b) Remarque :

Si on note u_0 le premier terme, $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n =$ somme des $(n+1)$ premiers termes

$$= (n + 1) \times \frac{u_0 + u_n}{2}$$

Si on note u_1 le premier terme, $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n =$ somme des n premiers termes

$$= n \times \frac{u_1 + u_n}{2}$$

c) Exemple concernant la suite arithmétique de premier terme 2 et de raison 3 :

$$2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 = 6 \times \frac{2+17}{2} = 57$$

d) Exemple « classique » (avec la suite des entiers naturels qui est la suite arithmétique de premier terme 1 et de raison 1) :

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + (n-1) + n = n \times \frac{1+n}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$$

donc

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 67 + 68 = \frac{68 \times 69}{2} = 2346$$

e) Remarque : une formule analogue est utilisable pour trouver la somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique quand le premier terme considéré n'est pas le premier terme de la suite arithmétique

Exemple :

$$u_{12} + u_{13} + u_{14} + \dots + u_{33} + u_{34} = 23 \times \frac{u_{12} + u_{34}}{2}$$

Attention, il y a $(34 - 12 + 1)$ soit 23 termes

Exemple « classique » (avec la suite des entiers naturels qui est la suite arithmétique de premier terme 1 et de raison 1) :

$$25 + 26 + 27 + \dots + 57 + 58 = 34 \times \frac{25+58}{2} = 1411$$

Attention, il y a $(58 - 25 + 1)$ soit 34 termes

II Suites géométriques

1°) Définition :

On appelle suite géométrique une suite de nombres où on passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre (ce nombre est appelé raison de la suite géométrique et est souvent noté q)

2°) Exemple :

Suite géométrique de premier terme 2 et de raison 3 :

2 6 18 54 etc.

3°) Notations possibles :

Si on note u_0 le premier terme, on a : $u_0 = 2, u_1 = 6, u_2 = 18$, etc. et, dans ce cas, u_n est le $(n + 1)^{\text{ème}}$ terme.

Si on note u_1 le premier terme, on a : $u_1 = 2, u_2 = 6, u_3 = 18$, etc. et, dans ce cas, u_n est le $n^{\text{ème}}$ terme.

Dans les deux cas, $u_{(n+1)} = u_n \times q$

4°) Formule permettant de calculer le $n^{\text{ème}}$ terme d'une suite géométrique :

$$n^{\text{ème}} \text{ terme} = \text{premier terme} \times q^{(n-1)}$$

Remarque :

Si on note u_0 le premier terme, on a : $u_n = (n + 1)^{\text{ème}} \text{ terme} = u_0 \times q^n$

Si on note u_1 le premier terme, on a : $u_n = n^{\text{ème}} \text{ terme} = u_1 \times q^{(n-1)}$

Exemple : le $12^{\text{ème}}$ terme de la suite géométrique de premier terme 2 et de raison 3 vaut 2×3^{11} soit 354 294

Remarque :

Ce $12^{\text{ème}}$ terme est u_{11} si le premier terme est noté u_0 .

Ce $12^{\text{ème}}$ terme est u_{12} si le premier terme est noté u_1 .

5°) Formule permettant de calculer la somme des n premiers termes d'une suite géométrique :

$$a) S = \text{premier terme} \times \frac{q^{(\text{nombre de termes})} - 1}{q - 1}$$

b) Remarque :

Si on note u_0 le premier terme, $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n =$ somme des $(n+1)$ premiers termes

$$= u_0 \times \frac{q^{(n+1)} - 1}{q - 1}$$

Si on note u_1 le premier terme, $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n =$ somme des n premiers termes

$$= u_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

c) Exemple concernant la suite arithmétique de premier terme 2 et de raison 3 :

$$2 + 6 + 18 + 54 + 162 = 2 \times \frac{3^5 - 1}{3 - 1} = 2 \times \frac{243 - 1}{2} = 242$$

d) Remarque : une formule analogue est utilisable pour trouver la somme de termes consécutifs d'une suite géométrique quand le premier terme considéré n'est pas le premier terme de la suite géométrique.

Exemple : $u_{12} + u_{13} + u_{14} + \dots + u_{33} + u_{34} = u_{12} \times \frac{q^{23} - 1}{q - 1}$ Attention, il y a $(34 - 12 + 1)$ soit 23 termes