Quelques rappels concernant les racines carrées

1°) Définition

Si $a \geq 0$, on définit $\sqrt{a}$ comme l'unique nombre x positif ou nul qui vérifie x² = a.
Remarque : il existe un autre nombre tel que x² = a. C'est le nombre $-\sqrt{a}$.

Si a est un "carré parfait" (c'est-à-dire si a est le carré d'un entier naturel) alors $\sqrt{a}$ est un entier (exemple : $\sqrt{25}$ =5)

Si a est un entier et n'est pas un "carré parfait", alors $\sqrt{a}$ est un nombre irrationnel (exemple : $\sqrt{7} \approx 2{,}646$)

2°) Résolution de l'équation x² = a.

Si a < 0, l'équation n'admet pas de solution.

Si a = 0, x = 0

Si a > 0, $\begin{cases} x = \sqrt{a} \\ \text{ou} \\ x = -\sqrt{a} \end{cases}$

Exemples :

x² = -3 n'admet pas de solution.

x² = 0 $\Leftrightarrow$ x=0

x² = 25 $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ \text{ou} \\ x = -5 \end{cases}$

x² = 13 $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{13} \approx 3{,}606 \\ \text{ou} \\ x = -\sqrt{13} \approx -3{,}606 \end{cases}$

3°) Formulaire

a) $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ Exemple : $\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$

b) $\sqrt{a^2} = |a|$ Exemples : $\sqrt{3^2} = \sqrt{9} = 3$

$\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$

Remarque : si on sait que $a \geq 0$ alors $\sqrt{a^2} = a$.

c) Si $a \geq 0$ et $b \geq 0$ alors $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
Exemple d'utilisation : $\sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{80} = \sqrt{4 \times 5} - \sqrt{9 \times 5} + \sqrt{16 \times 5} = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

d) Si $a \geq 0$ et b>0 alors $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

e) Attention $\sqrt{a+b}$ N'EST PAS, en général, égal à $\sqrt{a} + \sqrt{b}$
Attention $\sqrt{a-b}$ N'EST PAS, en général, égal à $\sqrt{a} - \sqrt{b}$

Attention $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2$ n' est pas égal à $a+b$ mais à $a+2\sqrt{ab}+b$

Attention $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2$ n' est pas égal à $a-b$ mais à $a-2\sqrt{ab}+b$

f) Construction géométrique de $\sqrt{a}$