

Exercice 1

Un nombre de trois chiffres augment de 540 lorsqu'on permute les deux chiffres de gauche et diminue de 27 lorsqu'on permute les deux chiffres de droite. La somme des chiffres de ce nombre est 15. Quel est ce nombre ?

Exercice 2 (extrait d'un sujet du CRPE 2007) :

Un nombre entier naturel N est dit parfait s'il est égal à la somme de ses diviseurs positifs autres que lui-même.

Par exemple, 28 est un nombre parfait.

En effet les diviseurs de 28 sont 1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 14 ; 28 et $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$.

1) Montrer que 6 et 496 sont des nombres parfaits.

2) 120 est-il un nombre parfait ? Justifier votre réponse.

3) On admet qu'un nombre entier pair N est parfait si et seulement si il est de la forme : $N = 2^n (2^{n+1} - 1)$, n étant un entier supérieur ou égal à 1 tel que $(2^{n+1} - 1)$ soit un nombre premier.

a) Appliquer la formule pour n compris entre 1 et 4. Quels résultats retrouve-t-on ?

b) On donne ci-dessous la liste des nombres premiers compris entre 100 et 150.
En utilisant la propriété ci-dessus, déterminer le plus petit nombre parfait pair supérieur au nombre 496.

Nombres premiers compris entre 100 et 150 :

101 ; 103 ; 107 ; 109 ; 113 ; 127 ; 131 ; 137 ; 139 ; 149

Exercice 3 (extrait d'un sujet du CRPE 2007) :

a , b , c désignent trois chiffres distincts et différents de 0.

A cet ensemble de trois chiffres, on associe la famille des six nombres à trois chiffres qui s'écrivent en utilisant une fois le chiffre a , une fois le chiffre b et une fois le chiffre c .

Par exemple, aux trois chiffres 2, 5 et 7, on associe la famille constituée des six nombres suivants : 257, 275, 527, 572, 725 et 752.

On appelle S la somme des six nombres de la famille et M leur moyenne.

1) Calculer S et M correspondant à la famille donnée dans l'exemple ci-dessus.

2) Montrer que dans le cas général on a : $M = 37(a + b + c)$.

3) Trouver tous les ensembles de trois chiffres distincts et différents de 0 qui permettent de former une famille dont la moyenne M des six nombres vaut 370.